

Une approche rationnelle des milieux continus avec microstructure

Gianpietro Del Piero

Dipartimento di Ingegneria, Università di Ferrara, Ferrara, Italie
International Research Center M&MoCS, Cisterna di Latina, Italie

L'approche traditionnelle des milieux continus avec microstructure est fondée sur une extension des méthodes utilisées en mécanique des continus classiques. Le point de départ est constitué par les lois de bilan de la quantité de mouvement. L'extension au milieu avec micro-structure est faite en ajoutant des lois de bilan microstructural, dont le statut n'est pas complètement clair : on ne sait pas si elles sont des nouvelles lois générales de la mécanique ou, plus simplement, des hypothèses de nature constitutive. On a essayé de contourner cet obstacle, en recourant à la méthode des puissances virtuelles. Mais cette méthode ne permet pas de surmonter la difficulté : lorsque l'on choisit l'expression de la puissance intérieure associée à une puissance extérieure donnée, on ne sait pas quelles sont les choix obligés par des axiomes et quelles sont les hypothèses de type constitutif, liées aux propriétés particulières du continu considéré.

Il a été reconnu que pour démontrer le théorème du tétraèdre de Cauchy, qui assure l'existence du tenseur des contraintes, il n'est pas nécessaire d'utiliser les lois de bilan. Il est suffisant de supposer que le système des forces de contact ait des propriétés de régularité convenables [1], [2], [3]. Si l'on dispose de la dite régularité, on peut écrire des équations, qu'on peut appeler de *pseudo-bilan*, avec lesquelles on arrive à la formulation du problème de l'équilibre. Le rôle des équations de bilan est réduit à définir les restrictions demandées par l'indifférence de la puissance aux changements d'observateur.

Le cours s'appuie sur le contenu des publications [4], [5], [6]. On traitera d'abord de questions de fondement, en y incluant quelques notions élémentaires de la théorie de la mesure. Puis, on fixera la procédure pour la déduction des équations différentielles et des conditions aux limites qui constituent la formulation *forte* du problème de l'équilibre. Il suivra une comparaison avec les approches traditionnelles, et l'application de la nouvelle procédure aux solides avec microstructure. Enfin, on montrera que les théories classiques des plaques (Reissner, Kirchhoff-Love) et des poutres (Timoshenko, Euler-Bernoulli) sont déductibles directement, par réduction de dimension, des théories tridimensionnelles des solides de Cosserat sans et avec liaison interne.

Références

- [1] M.E. Gurtin, L.C. Martins (1976), *Cauchy's theorem in classical physics*, Arch. Rational Mech. Analysis 60: 306-324
- [2] M. Šilhavý (1985), *The existence of the flux vector and the divergence theorem for general Cauchy fluxes*, Arch. Rational Mech. Analysis 90: 195-211
- [3] M. Šilhavý (1991), *Cauchy's stress theorem and tensor fields with divergence in L^p* , Arch. Rational Mech. Analysis 116: 223-255
- [4] G. Del Piero (2009), *On the method of virtual power in continuum mechanics*, J. Mech. Mater. Struct. 4: 281-292
- [5] G. Del Piero (2012), *On the method of virtual power in the mechanics of non-classical continua*, CISM Courses and Lectures, forthcoming
- [6] G. Del Piero (2013), *Non-classical continua, pseudobalance, and the law of action and reaction*, submitted